

ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

А.Н. Мاستыков, В.В. Кугач

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

Витебский государственный
медицинский университет

В статье описывается математический аппарат, используемый для определения итогового рейтинга в рейтинговой системе оценки знаний студентов, состоящей из рейтингового регламента, функций сопряжения рейтинговых баллов и частных рейтингов, моделей агрегирования частных рейтингов в итоговый и алгоритма учета итогового рейтинга при определении оценки на экзамене. Представлены примеры расчетов, иллюстрирующие влияние используемых математических моделей на объективность оценки знаний студентов.

Ключевые слова: рейтинговая система оценки знаний, рейтинговый регламент, функция сопряжения, частный рейтинг, агрегирование частных рейтингов.

ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие общества требует подготовки грамотных специалистов, готовых к конструктивному соперничеству, конкуренции, творческому подходу в своей профессиональной деятельности [1].

Использование 5-балльной, а в последнее время 10-балльной системы оценки знаний для управления обучением не привело к ожидаемым результатам. Опыт показал, что студент легко приспосабливается к любому строгому контролю знаний, поэтому следует идти не на ужесточение контроля, а на создание условий сотрудничества на его основе. Активно эта идея стала реализовываться на практике с появлением в обучении рейтинговой системы, которая наряду с эффективными функциями контроля знаний обнаружила и эффективные функции управления [1, 2].

Рейтинговая система способствует исполь-

зованию в учебном процессе самого мощного энергетического источника - энергии межличностных отношений. Не все студенты обладают выдающимися способностями, но все они имеют самолюбие. Стремление обойти друзей - это более значимая эмоциональная, достаточна близкая цель, чем агитация в пользу отдаленного будущего. Атмосфера соревновательности необходима для любого, кто пытается преодолеть свой привычный уровень [3].

Для того, чтобы процесс обучения обладал максимальной эффективностью, в него должны быть вовлечены все стороны. Никто не должен оказаться вне игры. В этом случае процесс будет носить саморазвивающийся характер. Рейтинговая система позволяет вовлечь в зону оценивания не только студентов, но и преподавателей, и учебные программы [3].

Использование принципа обратной связи, который является неотъемлемой частью рейтинговой системы, позволяет реализовать индивидуальный подход к темпам развития каждого студента и достичь не просто положительного, но максимально возможного эффекта [4, 5].

С помощью рейтинговой системы аттестации не только контролируются знания студентов, но и активизируется их познавательная деятельность в обучении, стимулируется более качественное выполнение аудиторных и внеаудиторных заданий в течение всего семестра, а не только в короткое время перед экзаменом [2, 6].

Рейтинговая система не принуждает студента к активности в учебно-познавательной деятельности, а побуждает к ней, создает дидактические и психологические условия для активности творческого характера [2].

Широкому применению рейтинговой системы препятствуют отсутствие программного и методического обеспечения, возникновение дополнительной нагрузки на преподавателя, недоверие к новому средству контроля [1]. Значительную трудность представляет также наличие разнообразных способов оценивания различных видов учебной работы (посещение лекций, выполнение практических заданий и лабораторных работ, решение ситуационных задач и тестовых заданий, выпол-

нение контролируемой самостоятельной работы и др.). Для преодоления этих сдерживающих факторов необходимо четкое понимание механизма начисления рейтинговых баллов, преобразования накопленной суммы баллов в итоговый рейтинг и его учет при выставлении оценки на экзамене.

Цель настоящей работы - изучить влияние математического аппарата рейтинговой оценочной системы на итоговый рейтинг студентов.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Объект исследования - рейтинговые системы оценки знаний, используемые в ВУЗах Республики Беларусь и Российской Федерации: УО "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка", УО "Брестский государственный технический университет", ГОУ ВПО "Тюменский государственный университет", УО "Барановичский государственный университет", ГОУ "Уральский государственный профессионально-педагогический университет", ГОУ "Сибирский государственный медицинский университет" [1-6]. В работе использованы логико-теоретические методы исследования.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Наиболее детально вопросы, связанные с использованием рейтинговой системы, разработаны в УО "Брестский государственный технический университет" [2]. В большинстве же рассматриваемых ВУЗов положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов регламентирует только стадию учета итогового рейтинга студентов при определении оценки на экзамене.

Результаты нашего исследования позволили выделить 4 основных элемента рейтинговой системы: рейтинговый регламент, функции сопряжения суммарного балла и частного рейтинга, модель агрегирования частных рейтингов в итоговой рейтинг, алгоритм определения итоговой оценки с учетом итогового рейтинга студента и его ответа на экзамене.

Рейтинговый регламент

Рейтинг базируется на принципе точного учета всей выполняемой студентом работы.

Каждый вид учебной работы должен быть разбит на отдельные элементы (задания), выполнение которых оценивается по дихотомическому принципу ("задание выполнено" либо "задание не выполнено"). Основой рейтинговой системы является рейтинговый регламент, который определяет количество баллов, начисляемых студенту за выполнение каждого задания.

В период изучения раздела дисциплины (модуля) студент накапливает баллы за выполнение заданий. На момент рубежного контроля по каждому виду учебной работы студент имеет некоторую сумму баллов.

Необходимо решить задачу перевода рейтинговых баллов по каждому виду учебной работы (B) в нормативную ранговую шкалу оценок (M). Промежуточным звеном рассматриваемого перевода служит рейтинговая оценка (рейтинг, R).

Важной характеристикой рейтинговой оценки является непрерывность оценочной шкалы. Например, существуют рейтинговые оценки 9,37 и 9,86, которые при переводе в итоговую ранговую оценку соответствуют "9", однако позволяют более точно оценивать работу студентов в течение семестра.

Функции сопряжения

Для перевода суммарного балла в рейтинговую оценку используются функции сопряжения (f) различного вида: линейная, кусочно-линейная, функция Харрингтона.

Линейная функция сопряжения имеет следующий вид (формула 1, рисунок 1):

$$R_{ij} = f_{c_line}(B_{ij}) = 10 \times \frac{B_{ij}}{B_{10i}} \quad (1)$$

где R_{ij} - рейтинговая оценка j -ого студента по i -ому виду учебной работы (частный рейтинг),

10 - максимальная рейтинговая оценка при десятибалльной оценочной шкале,

B_{ij} - суммарный балл, полученный j -ым студентом по i -ому виду учебной работы,

B_{10i} - максимально возможный балл по i -ому виду учебной работы.

В некоторых случаях линейная функция сопряжения не соответствует представлениям преподавателя о соотношении выполненной работы и ранговой оценке за нее. Устранить эту проблему можно, используя кусочнолинейную функцию сопряжения (например, формула 2):

$$R_{ij} = f_{c_p_line}(B_{ij}) = \begin{cases} k_1 \times \frac{B_{ij}}{B_{10j}}, & B_{ij} \leq a_1 \times B_{10j}, \\ k_1 \times a_1 + k_2 \frac{B_{ij} - B_{10j} \times a_1}{B_{10j}}, & a_1 \times B_{10j} < B_{ij} \leq a_2 \times B_{10j}, \\ k_1 \times a_1 + k_2 \times (a_2 - a_1) + k_3 \frac{B_{ij} - B_{10j} \times a_2}{B_{10j}}, & a_2 \times B_{10j} < B_{ij}. \end{cases} \quad (2)$$

где k_1, k_2, k_3 - коэффициенты, определяющие угол наклона прямой на различных отрезках функции,

$a_1 < a_2$ - параметры, задающие границы действия каждой из трех использованных линейных функций, $a_1 + a_2 = 1$.

В частности, в УО "ВГМУ" для перевода процентов, набранных студентами при решении тестовых заданий, используются следующие значения параметров: $B_{10i} = 100, a_1 = 0,6,$

$a_2 = 0,8, k_1 = 6,66667, k_2 = 25, k_3 = 5$ (Приказ по УО "ВГМУ" от 27 апреля 2005 г. № 107 уч-л "О критериях оценки знаний студентов", рисунок 2). В этом случае в центральной части балльной шкалы функция имеет наибольшую чувствительность. Некоторые авторы, напротив, считают, что этот участок должен быть более пологим (рисунок 3) [2].

Для преобразования непрерывных величин в порядковые шкалы в различных областях дея-

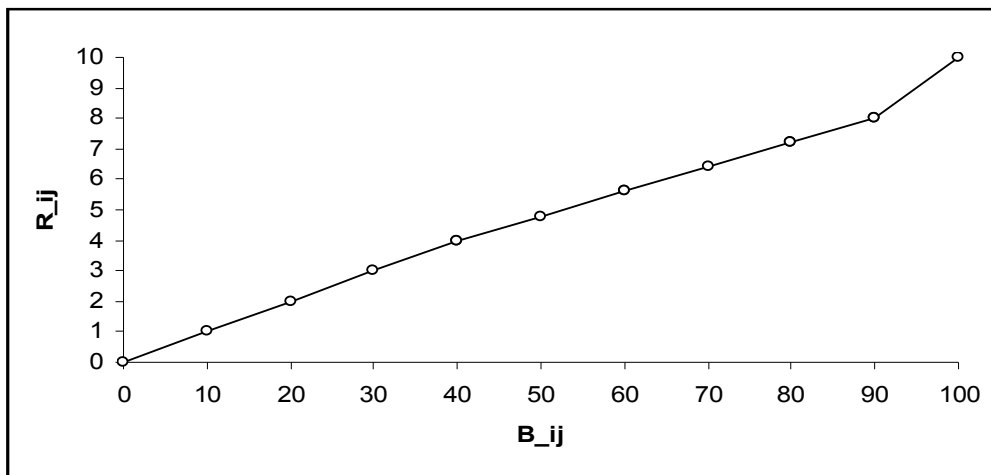


Рисунок 1 - Вид линейной функции сопряжения ($B_{10i} = 100$)

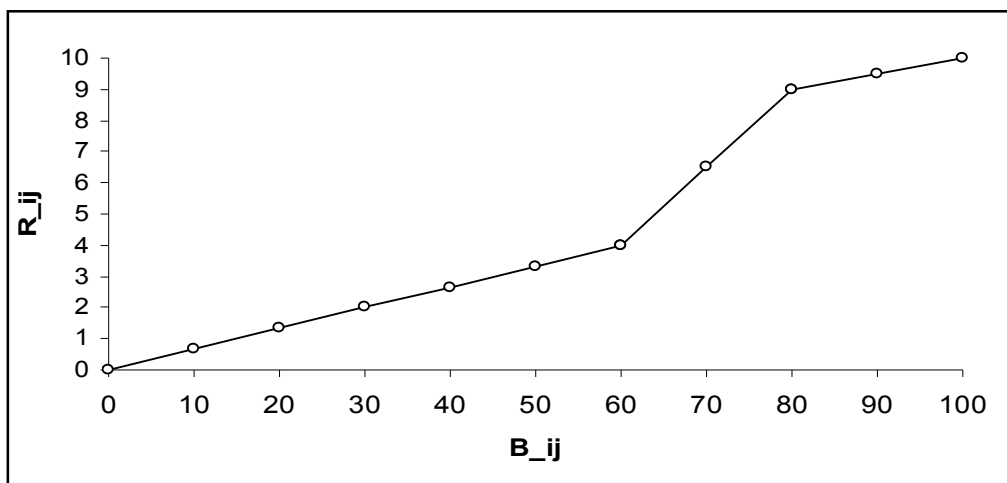


Рисунок 2 - Вид кусочно-линейной функции сопряжения (УО "ВГМУ") ($B_{10i} = 100, a_1 = 0,6, a_2 = 0,8, k_1 = 6,66667, k_2 = 25, k_3 = 5$)

тельности широкое распространение получила функция Харрингтона (функция качества), которая применительно к решаемой задаче имеет следующий вид (формула 3, рисунок 4) [2, 7]:

$$B_{ij} = B_{10i} \times e^{-e^{\left(\frac{R_0 - R_{ij}}{k}\right)}} \quad (3)$$

где e - основание натурального логарифма,
 R_0 - параметр, определяющий смещение функции по оси ординат,
 k - коэффициент пропорциональности.

Максимальные баллы за различные виды работ (практические занятия, лекции и т. д.) в общем случае могут быть различны. Функция сопряжения позволяет привести их к единой сопоставимой шкале рейтинговых оценок (от 0 до 10), частным рейтингам по различным видам работ.

При выборе между линейной, кусочно-ли-

нейной функциями сопряжения и функцией Харрингтона следует учитывать следующее. Если все задания, из которых состоит оцениваемый вид учебной работы, имеют примерно одинаковый уровень сложности (например, посещение лекций) целесообразно использование функции Харрингтона. Если же задания, составляющие определенный вид учебной работы (например, тесты, практические задания), намеренно разрабатываются различной сложности, то возможно использование линейной функции сопряжения. Кусочно-линейная функция сопряжения может использоваться для замены функции Харрингтона с целью упрощения расчетов.

Агрегирование частных рейтингов

Следующим этапом является преобразование частных рейтингов в итоговый рейтинг по дисциплине (агрегирование). Для агреги-

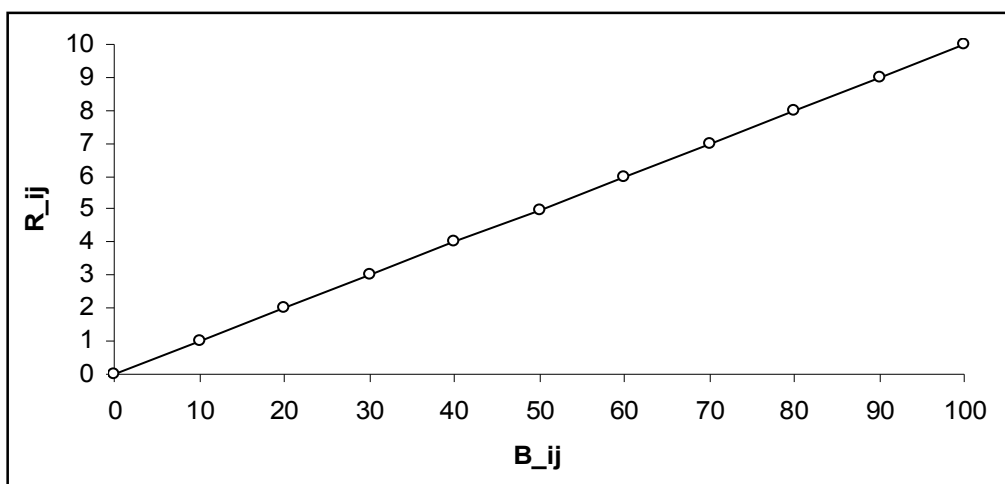


Рисунок 3 - Вид кусочно-линейной функции сопряжения ($B_{10i} = 100, a_1 = 0,4, a_2 = 0,9, k_1 = 10, k_2 = 8, k_3 = 20$)

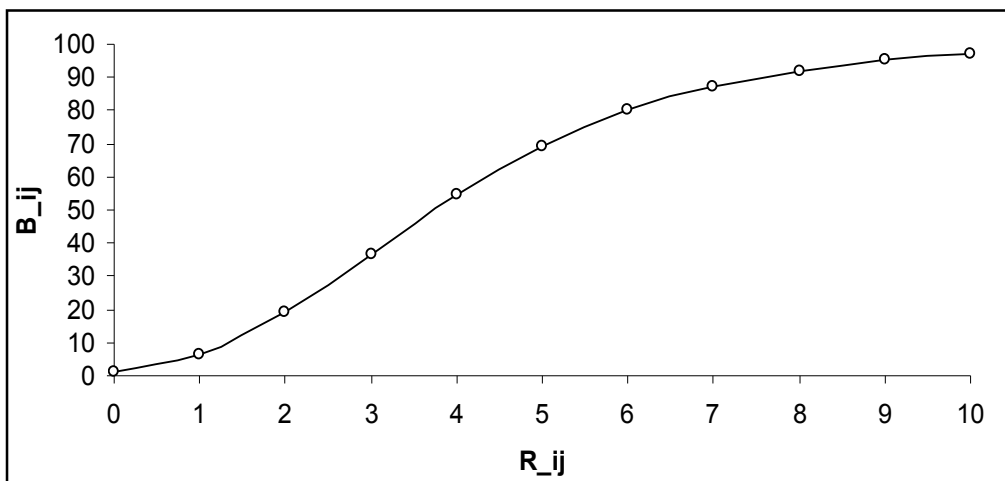


Рисунок 4 - Вид функции сопряжения Харрингтона ($B_{10i} = 100, R_0 = 3, k = 2$)

рования могут быть использованы аппликативные (среднее арифметическое, среднее взвешенное значения) и мультипликативные модели (среднее геометрическое, среднее гармоническое значения).

Среднее арифметическое (формула 4):

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n R_{ij}}{n}, \quad (4)$$

где R_j - итоговый рейтинг j -ого студента,
 n - число оцениваемых.

Среднее арифметическое значение не позволяет учитывать относительную важность того или иного вида учебной работы при определении итогового рейтинга. Для этого используется расчет среднего взвешенного значения (формула 5).

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n b_i R_{ij}}{\sum_{i=1}^n b_i}, \quad (5)$$

где b_i - весовой коэффициент, определяющий вклад i -ого вида учебной работы в итоговый рейтинг.

При использовании в качестве итогового рейтинга среднего взвешенного значения возможна ситуация, в которой студент, имея высокий частный рейтинг по одному из видов учебной работы, не уделяет должного внимания другим. Данная проблема может быть решена путем использования либо балансирующей функции (формула 6) [2], либо аппликативных моделей расчета итогового рейтинга.

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \times R_{ij}}{\sum_{i=1}^n k_i}, \quad k_i = b_i \left(2 - \frac{R_{ij}}{10}\right), \quad (6)$$

где b_j - весовой коэффициент i -ого вида

учебной работы, задаваемый преподавателем, k_i - весовой коэффициент i -ого вида учебной работы, рассчитанный с учетом балансирующей функции.

Среднее геометрическое (формула 7):

$$R_j = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n R_{ij}}, \quad (7)$$

Среднее гармоническое (формула 8):

$$\frac{1}{R_j} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{ij}} \Rightarrow R_j = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{ij}}}, \quad (8)$$

На наш взгляд, мультипликативные модели предпочтительнее, поскольку не требуют использования дополнительных расчетов.

Для оценки влияния рассматриваемых моделей рейтинговой системы на объективность оценки знаний студентов предположим следующее. Студенты А, Б и В закончили изучение некоторого раздела дисциплины, в котором предусмотрено выполнение лабораторных работ, решение тестовых заданий, посещение лекций. Студент А хорошо справляется с лабораторными работами и тестовыми заданиями, но недостаточно внимания уделяет лекционному курсу. Студент Б плохо справляется с лабораторными работами, практически не посещает лекции, однако имеет очень высокий балл за решение тестовых заданий, возможно, за счет списывания ответов. Студент В имеет стабильный средний результат по всем видам учебной работы (таблица 1).

Суммарные баллы, полученные студентами по каждому виду учебной работы, необходимо преобразовать в частные рейтинги.

Используем линейную функцию сопряжения и преобразуем накопленные студентом баллы по лабораторным работам и тестовым заданиям в соответствующие частные рейтинги (представлены расчеты для студента А, в остальных случаях порядок расчета аналогичен):

Таблица 1 - Суммарные баллы, полученные студентами при изучении раздела дисциплины

Студент	Сумма баллов		
	Лабораторные работы	Тестовые задания	Лекционный курс
А	74	32	5
Б	42	45	2
В	68	28	18
Максимальный балл B_{10i}	100	50	20

$$R_{lab_j} = f_{c_line}(B_{ij}) = 10 \times \frac{B_{ij}}{B_{10i}} = 10 \times \frac{74}{100} = 7,40;$$

$$R_{test_j} = f_{c_line}(B_{ij}) = 10 \times \frac{B_{ij}}{B_{10i}} = 10 \times \frac{32}{50} = 6,40.$$

Для преобразования баллов по лекционному курсу используем функцию Харрингтона:

$$B_{ij} = B_{10i} \times e^{-e^{\left(\frac{R_0 - R_{ij}}{k}\right)}} \Rightarrow R_{lec_j} \approx 2,35$$

(решение найдено приблизительно методом численного дифференцирования).

Полученные результаты представлены в таблице 2.

Используем различные математические модели для агрегирования полученных частных рейтингов:

1) метод расчета средней арифметической величины

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n R_{ij}}{n} = \frac{7,40 + 6,40 + 2,35}{3} = 5,38;$$

2) метод расчета среднего взвешенного значения (blab=5, btest=3, blec=1)

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n b_i R_{ij}}{\sum_{i=1}^n b_i} = \frac{5 \times 7,40 + 3 \times 6,40 + 1 \times 2,35}{5 + 3 + 1} = 6,51;$$

3) метод расчета среднего взвешенного зна-

чения с использованием балансирующей функции (b_{lab}=5, b_{test}=3, b_{lec}=1)

$$k_i = b_i \left(2 - \frac{R_{ij}}{10}\right);$$

$$k_{lab} = 5 \times \left(2 - \frac{7,40}{10}\right) = 6,30;$$

$$k_{test} = 3 \times \left(2 - \frac{6,40}{10}\right) = 4,08;$$

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \times R_{ij}}{\sum_{i=1}^n k_i} =$$

$$= \frac{6,30 \times 7,40 + 4,08 \times 6,40 + 1,77 \times 2,35}{6,30 + 4,08 + 1,77} = 6,33;$$

4) метод расчета среднего геометрического значения

$$R_j = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n R_{ij}} = \sqrt[3]{7,40 \times 6,40 \times 2,53} = 4,81;$$

5) метод расчета среднего гармонического значения

$$R_j = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{ij}}} = \frac{3}{\frac{1}{7,40} + \frac{1}{6,40} + \frac{1}{2,53}} = 4,18$$

Итоговые рейтинги студентов представлены в таблице 3.

Таблица 2 - Частные рейтинги, полученные студентами при изучении раздела дисциплины

Студент	Частный рейтинг		
	Лабораторные работы	Тестовые задания	Лекционный курс
А	7,40	6,40	2,35
Б	4,20	9,00	1,34
В	6,80	5,60	7,60

Таблица 3 - Итоговые рейтинги студентов

Студент	Итоговый рейтинг				
	Средний арифметический	Средний взвешенный	Средний взвешенный с учетом балансирующей функции	Средний геометрический	Средний гармонический
А	5,38	6,51	6,33	4,81	4,18
Б	4,85	5,48	5,00	3,70	2,74
В	6,67	6,49	6,46	6,61	6,56

Таким образом, при использовании аппликативных моделей итоговый рейтинг студентов, которые имеют неудовлетворительный частный рейтинг по одному из видов учебной работы, может оказаться положительным, причем его значение будет тем выше, чем меньше весовой коэффициент того вида работы, по которому получен неудовлетворительный частный рейтинг.

При использовании мультипликативных моделей такая ситуация намного менее вероятна, причем рейтинг, рассчитанный как среднее гармоническое значение, оказывается меньше, чем определенный как среднее геометрическое.

Учет итогового рейтинга при определении оценки на экзамене

Заключительным этапом расчетов при использовании рейтинговой системы является учет итогового рейтинга студента при определении оценки на экзамене. Мотивирующие функции рейтинговой системы наиболее полно будут реализованы, если рейтинговая оценка может быть использована для повышения итоговой экзаменационной, но не для ее снижения, выполняя страховочную функцию для студентов, усердно работавших в течение семестра. В пользу такого подхода говорит и тот факт, что систематизация материала происходит лишь на заключительном этапе изучения предмета - подготовке к экзамену. Таким образом, итоговая оценка может быть определена, например, по формуле (9) [2]:

$$M_j = M_{ex,j} + (R_j - 4), \quad (9)$$

где M_j - итоговая оценка j -ого студента,

$M_{ex,j}$ - оценка, полученная j -ым студентом при ответе на экзамене,

4 - минимальное значение рейтинговой оценки, при котором студент допускается к сдаче экзамена.

Студент, который имел максимальный рейтинг в семестре 10,00, получит дополнительные 6 баллов к своему ответу на экзамене, а студент, получивший минимальный положительный итоговый рейтинг 4,00, никакого бонуса при ответе не получит.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При рейтинговой системе оценки знаний студентов первостепенное значение имеет используемая математическая модель.

Для учета учебной работы одинаковой степени сложности целесообразно использовать функцию сопряжения Харрингтона, различной степени сложности - линейную функцию.

При агрегировании частных рейтингов в итоговый предпочтительно использовать мультипликативные модели (среднее геометрическое или среднее гармоническое).

SUMMARY

A. N. Mastykov, V. V. Kuhach MATHEMATICAL MODELS OF RATING SYSTEM OF STUDENTS' KNOWLEDGE ESTIMATION

In the article the mathematical apparatus used for definition of a total rating in rating system of students' knowledge estimation, consisting of rating schedule, conjugation functions of rating score and particular ratings, models of aggregation of particular ratings in a total rating and algorithm of the account of a total rating at estimation definition at examination is described. The examples of calculations illustrating influence of used mathematical models on objectivity of students' knowledge estimation are presented.

Keywords: rating system of knowledge estimation, rating schedule, conjugation function, particular rating, aggregation of particular ratings.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркевич, К. М. Повышение эффективности обучения физике на основе реализации воспитательных и развивающих функций рейтинговой системы (на материале технического вуза): автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / К. М. Маркевич; УО "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка". - Минск, 2009. - 25 с.

2. Гладковский, В. И. Рейтинговая система аттестации студентов / В.И. Гладковский, А.А. Гладышук, К.М. Маркевич // УО "Брестский государственный технический университет" [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://>

/www-old.bstu.by/MP/rt. - Дата доступа: 29.12.2009.

3. Полозов, А. А. Рейтинговая оценочная система как инновационный подход в обучении / А. А. Полозов, А. А. Трущева // Педагогические и информационные технологии в образовании [Электронный ресурс]. - Выпуск 2. - 1999. Режим доступа: <http://ode.susu.ru/e-journal/numero2/pedag/polozov.html>. - Дата доступа: 06.12.2010.

4. Унсович, А. Н. Повышение эффективности математической подготовки студентов экономических специальностей квалификации "Инженер-экономист" средствами модульно-рейтинговой технологии обучения: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А. Н. Унсович; УО "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка". - Минск, 2008. - 29 с.

5. Шевцова, В. В. Влияние модульно-рейтинговой технологии обучения на качество учебных достижений студентов (на примере спортивно-педагогической дисциплины "Плавание"): автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / В. В. Шевцова; ГОУ ВПО "Тюменский государственный университет". - Тюмень, 2003. - 24 с.

6. Аржаник, М. Б. Усовершенствование системы контроля знаний: два вида рейтинговой системы / М. Б. Аржаник, Е. В. Черникова // Вестник ТГПУ. - 2010. - Выпуск 1 (91). - С. 145-149.

7. Бубнов, Е. А. Шкалирование входной информации в корабельных системах информационной поддержки / Е. А. Бубнов, Д. А. Скороходов // Издательство "Гринда" [Электронный ресурс]. - 2000. - Режим доступа: <http://grinda.info/control/skalir/skalir.htm>. - Дата доступа: 06.12.2010.

Адрес для корреспонденции:

210023, Республика Беларусь,
г. Витебск, пр. Фрунзе, 27,
Витебский государственный
медицинский университет,
кафедра организации и экономики
фармации с курсом ФПК и ПК,
тел. раб.: 8 (0212) 24-94-38.
Мастыков А.Н.

Поступила 10.12.2010 г.
